

Разработване
на система от
практико-
приложни
задачи за
формиране на
ключови
компетентности
по математика

Практически семинар

Лектор: доц. д-р Тони Чехларова

Европейският парламент и Съветът на Европейския съюз приеха през 2006 г. Препоръки относно ключовите компетентности, необходими за удовлетворителна личностна и социална реализация. В този документ са обособени следните осем ключови компетентности:

- 1. Комуникация на роден език**
- 2. Комуникация на чужди езици**
- 3. Математическа компетентност и основни компетентности в областта на природните науки и технологиите**
- 4. Дигитална компетентност**
- 5. Умение за самостоятелно учене**
- 6. Социални и граждански компетентности**
- 7. Усет за инициатива и предприемачество**
- 8. Усет за (и подобаващо отношение към) културата и към изявяването.**

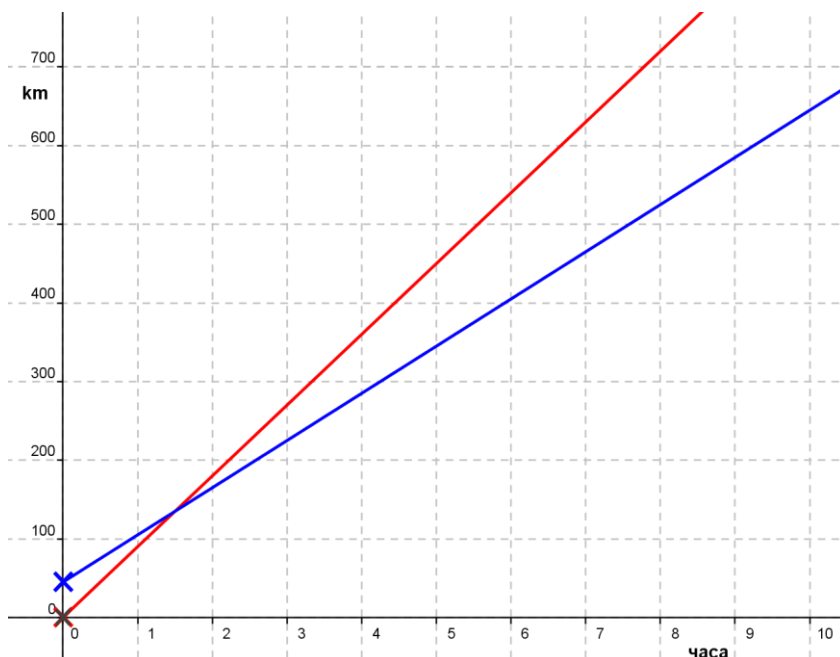
Формирането на тези компетентности е продължителен процес. Той обхваща целия съзнателен живот, но училищното образование има основополагаща роля в него чрез разнообразни образователни и възпитателни въздействия във всички учебни предмети, както и в цялостния процес на учене.

„Задачи с думи“, „текстови задачи“, „задачи за (от) моделиране“, „приложни задачи“ – многообразна е терминологията, използвана в училище за задачите, които ще разглеждаме долу. За решаване на някои от тях в обучението по математика има натрупан практически опит, както и теоретични разработки. Такива са някои групи задачи за движение, работа, смеси (сплави), лихви. Тук ще поставим акцент върху:

- внедряване на изследователския подход в математическото образование и разширяване на уменията за решаване на практически задачи от различни области и с различно ниво на определеност.
- създаване на условия за усещане на радост от ученето и удовлетвореност от постиженията, активно участие на ученика в учебния процес, развитие на качества на мисленето и въображението, увереността в способността за решаване на практически проблеми с използване на математически средства
- съчетаването на класически и иновационни средства, базирани на педагогически модели и дигитални технологии (включително на специализиран динамичен образователен софтуер).

Считаме, че това ще доведе до търсената промяна в характера на учебния процес, съобразена с новите реалности, породени от прогреса на технологиите от последните десетилетия. Преподаването и изучаването на многобройни факти да отстъпи място на изясняването на връзката между фактите и явленията, на разбирането на това как функционира светът като цяло. Стилът на преподаване, при който учениците са пасивни слушатели, следва да се трансформира във стил на изследване на проблема или явленията, при който учениците изпробват различни варианти, провеждат експерименти, търсят информация, задават въпроси, издигат хипотези, събират и

1. Графиките представят движението на два автомобила, пътуващи в една посока. Опишете ситуацията.

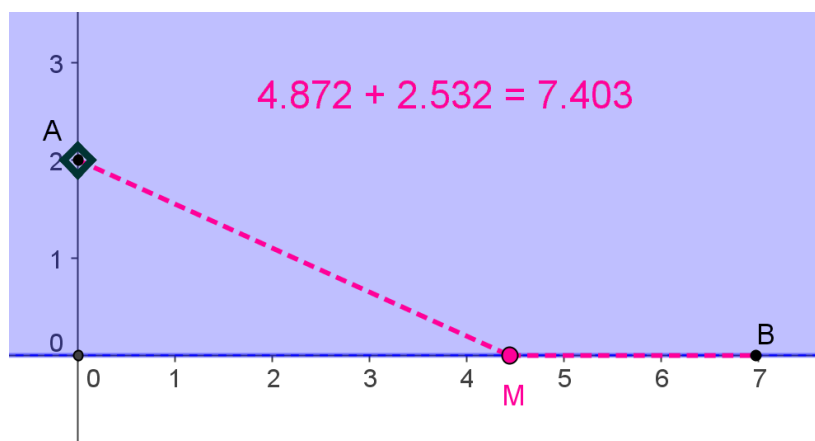


Съставете задачи, като използвате динамичния файл.

Оценете възможността за прилагане и развитие на всяка от компетентностите (0 - 10)

1	2	3	4	5	6	7	8

2. Явор е в лодката, намираща се в точка **A** на Охридското езеро и трябва да стигне възможно най-бързо до хотел Metropol (точка **B**). С лодката скоростта на придвижване му е 4 км/ч, а по сушата – 6 км/ч. До коя точка трябва да се движи с лодката?



Оценете възможността за прилагане и развитие на всяка от компетентностите (0 - 10).

1	2	3	4	5	6	7	8

3. В 11 часа тръгват автобус от Пловдив до София, който се движи с 90 км/ч и камион от София към Пловдив, чиято скорост е 70 км/. Какво е разстоянието между тях след 20 минути? След колко време ще се разминат?

Намерете необходимата информация.

Решете с класически средства.

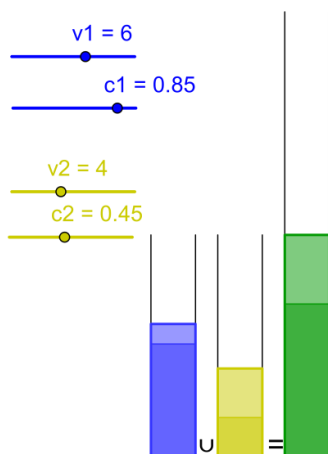
Направете или адаптирайте динамичен файл, който да е модел на ситуацията.

Променете някои от условията и решете.

Оценете възможността за прилагане и развитие на всяка от компетентностите (0 - 10)

1	2	3	4	5	6	7	8

4. Колко процентов разтвор ще се получи при смесване на 6 л 85% разтвор и 4 л 55% разтвор?

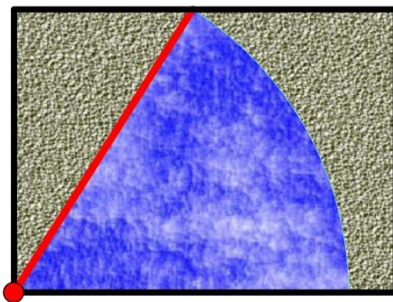


Съставете задачи с използване на динамичния файл.

Оценете възможността за прилагане и развитие на всяка от компетентностите (0 - 10)

1	2	3	4	5	6	7	8

5. Трябва да се постави чистачка, която да почиства максимална част от стъкло в правоъгълна рамка.



<http://vivacognita.org/forms/view.php?id=23442>

5.1. Колко дълга трябва да е чистачката, ако се закрепва във връх на рамка с размери:

а) 77 см и 57 см;

б) 85 см и 57 см?

5.2. Колко дълга трябва да е чистачката, ако рамката е с размери 50 см и 33 см и закрепването на чистачката е в средата на

а) късата страна на рамката;

б) дългата страна на рамката?

5.3. Предложете дължина на чистачка и точка на закрепване върху рамка с върхове $A(0;0)$, $B(45;0)$, $C(45;38)$, $D(0;38)$.

Оценете възможността за прилагане и развитие на всяка от компетентностите (0 - 10).

1	2	3	4	5	6	7	8

6. Обменните валутни курсове на чуждестранните валути се изчисляват на основата на фиксирания курс на лева спрямо еврото, като за източник се използват публикуваните от Европейската централна банка курсове на еврото към същите валути за съответния ден.

фиксиран курс на лева спрямо еврото

Валута	Код	За единици валута	Левове	Валута за един лев
Евро	EUR	1	1.95583	0.511292

Обменни курсове на БНБ за 10.05.2014

Валута	Код	За единици валута	Лева (BGN)	Обратен курс за 1 лев
Австралийски долар	AUD	1	1.32923	0.752315
Бразилски реал	BRL	10	6.4113	1.55975
Канадски долар	CAD	1	1.31044	0.763102
Швейцарски франк	CHF	1	1.60498	0.623061
Китайски ренминби юан	CNY	10	2.27896	4.38797
Чешка крона	CZK	100	7.14015	14.0053
Датска крона	DKK	10	2.62035	3.81628
Британска лира	GBP	1	2.39318	0.417854
Хонконгски долар	HKD	10	1.83086	5.46191
Хърватска куна	HRK	10	2.57811	3.87881
Унгарски форинт	HUF	1000	6.43407	155.423
Индонезийска рупия	IDR	10000	1.23465	8099.46
Израелски шекел	ILS	10	4.10906	2.43365
Индийска рупия	INR	100	2.36438	42.2944
Японска йена	JPY	100	1.39563	71.6522
Южнокорейски вон	KRW	1000	1.38377	722.663
Литовски литас	LTL	10	5.66448	1.76539
Филипинско песо	PHP	100	3.25099	30.7599
Полска злота	PLN	10	4.67645	2.13837
Нова румънска лея	RON	10	4.41517	2.26492
Руска рубла	RUB	100	4.0304	24.8114
Шведска крона	SEK	10	2.16859	4.61129
Сингапурски долар	SGD	1	1.13612	0.880189
Тайландски бат	THB	100	4.35267	22.9744
Нова турска лира	TRY	10	6.82377	1.46547
Щатски долар	USD	1	1.41922	0.704612

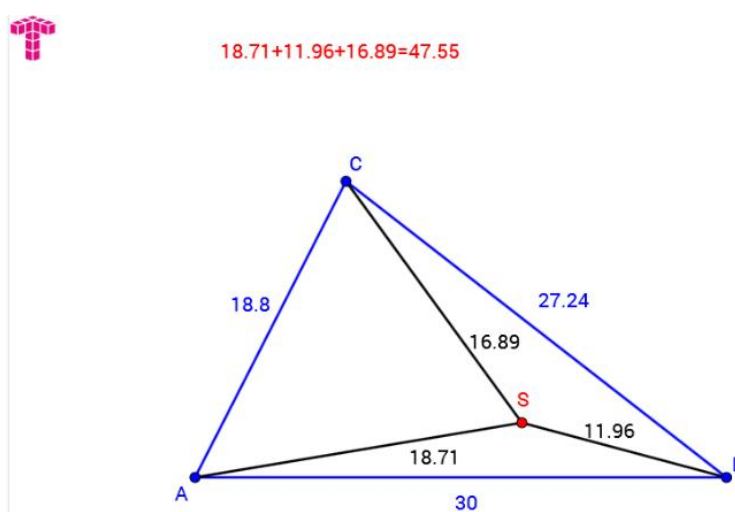
На 10 май 2014 г. :

- колко лева съответстват на 60 евро
- колко рубли съответстват на 120 лева
- колко щатски долара съответстват на 20 евро?

Оценете възможностите за прилагане и развитие на всяка от компетентностите (0 - 10).

1	2	3	4	5	6	7	8

7. В телекомуникационна компания е постъпила заявка за осигуряване на телевизионен сигнал до три вили – *Кокиче*, *Лале* и *Мак*, разположени наблизо една до друга, но в отдалечено място в планината. Разстоянието между вилите *Кокиче* и *Лале* е 30 м, между *Лале* и *Мак* е 27.24 м, а между *Мак* и *Кокиче* е 18.8 м. Специалисти преценили, че заявката може да се удовлетвори с поставяне на сателитна антена в непосредствена близост до вилите, която да приеме сигнала от сателит и да го предаде до всяка от вилите по отделен кабел. Те преценили и къде да поставят сателитната антена така, че дължината на необходимия кабел за пренос на сигнала до трите вили да е минимална. Колко метра кабел най-малко трябва да вземат със себе си монтажниците, за да изпълнят заявката? Можете да използвате приложения тук файл за експериментално намиране на оптималното положение на антената.



б) Когато отишли на място, за да монтират антената и кабелите, работниците премерили още веднъж разстоянието между вилите и установили, че едно от разстоянията – това между вилите *Кокиче* и *Лале*, не е премерено точно. То не е 30 м, а само 28 м. С колко ще се скъси необходимото количество кабел, ако сателитната антена отново бъде разположена по оптимален начин?

<http://vivacognita.org/forms/view.php?id=22442>

VIVA cognita+

ТЕМА на месец август 2014

(срок за подаване на отговорите: 24:00 часа на 31.08.2014)

С цел по-бързо да бъдат усвоени форматът и спецификата на състезанието „Математика с компютър“ организаторите започват публикуването на „Тема на месеца“, включваща няколко тематично обединени задачи от типа на онези, които ще се дават на самото състезание.

Темата на месеца е оформена като Работен лист от състезанието, но броят на задачите ще е по-малък и срокът за изпращане на отговорите е края на съответният месец.

За правилен отговор на всяко подусловие на задача от Темата на месеца се дават по 10 точки. Имената на събралите най-голям брой точки ще бъдат публикувани ежемесечно. В края на годината ще има класиране и награждаване според получените през годината точки.

Състезание Математика с компютър

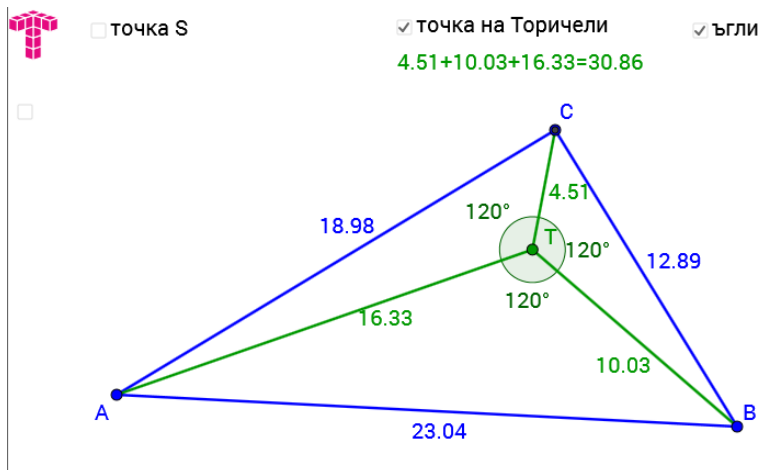
VIVA cognita+

Повече можеш да научиш на адрес <http://vivacognita.org/>.

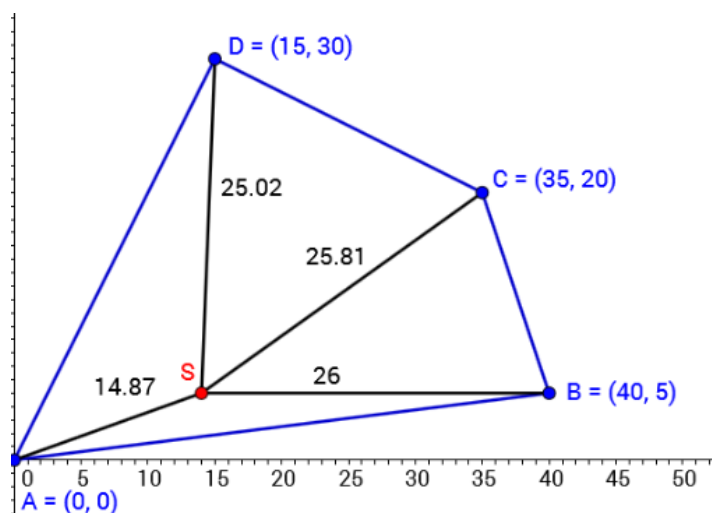
При игра с различни триъгълници лесно може да се забележи, че търсената точка в Задача 1 на [Тема на месец август](#) притежава интересно свойство всяка от страните на триъгълника се вижда от нея под ъгъл 120° . Това е така за триъгълниците с ъгли, по-малки от 120° . Ако някой от ъглите на триъгълник е по-голям или равен на 120° , търсената точка е върхът на този ъгъл.

Един начин да се направи динамична конструкция за построяване на търсената точка е с всяка от страните на дадения триъгълник да се построи „външно“ равностранен триъгълник. Търсената точка е пресечна на описаните окръжности около тези равностранни триъгълници. Тази точка е известна като Точката на Торичели-Ферма.

[GeoGebra .ggb файл](#)



Тази задача е вариант на предишната: вилите са четири и са разположени в точките A, B, C и D, чиито координати (в метри) са съответно: A(0, 0), B(40, 5), C(35, 20) и D(15, 30). В коя точка X да се разположи антената, така че сборът от дължините на отсечките XA, XB, XC и XD да е минимален.



Оценете възможностите за прилагане и развитие на всяка от компетентностите (0 - 10).

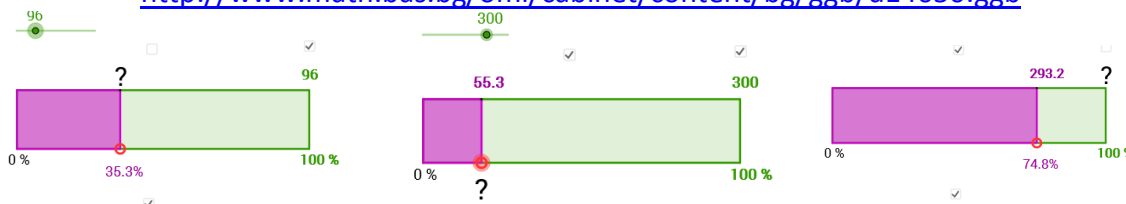
1	2	3	4	5	6	7	8

8. Колко грама са 24,6% от 375 г?

Съставете или решете задачи с процент, като използвате динамичните файлове.

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d14050.html>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/ggb/d14050.ggb>



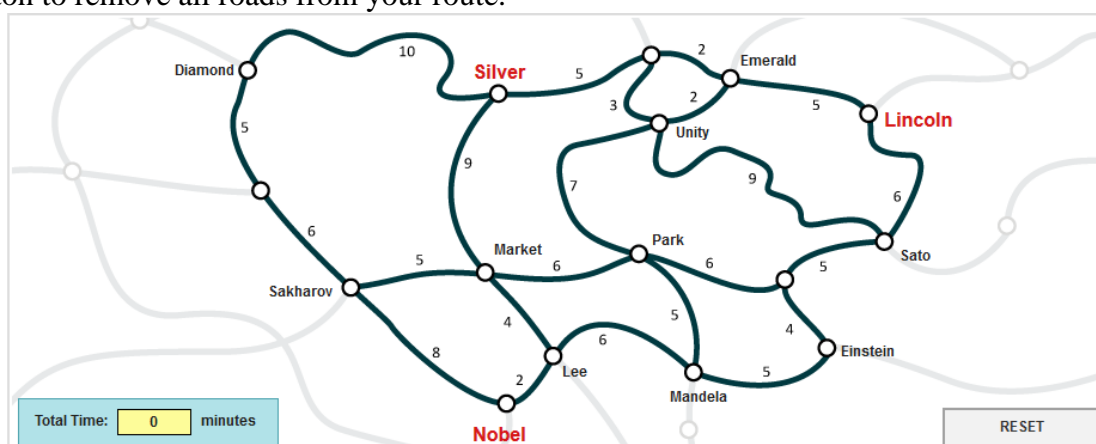
Оценете възможностите за прилагане и развитие на всяка от компетентностите (0 - 10).

1	2	3	4	5	6	7	8

9. Question : TRAFFIC (PISA)

<http://www.oecd.org/pisa/test/testquestions/question1/>

Here is a map of a system of roads that links the suburbs within a city. The map shows the travel time in minutes at 7:00 am on each section of road. You can add a road to your route by clicking on it. Clicking on a road highlights the road and adds the time to the **Total Time** box. You can remove a road from your route by clicking on it again. You can use the RESET button to remove all roads from your route.



Julio lives in Silver, Maria lives in Lincoln and Don lives in Nobel. They want to meet in a suburb on the map. No-one wants to travel for more than 15 minutes. Where could they meet?

Задачи от Програмата за международно оценяване на учениците (PISA) на български език можете да намерите на адрес:

<http://www.ckoko.bg/page.php?c=11&d=22&page=3>

Оценете възможностите за прилагане и развитие на всяка от компетентностите (0 - 10).

1	2	3	4	5	6	7	8

10. Намерете лицето на парцела, очертан в жълт цвят и на тези, с които той има общи граници. Запишете дължините на границите.

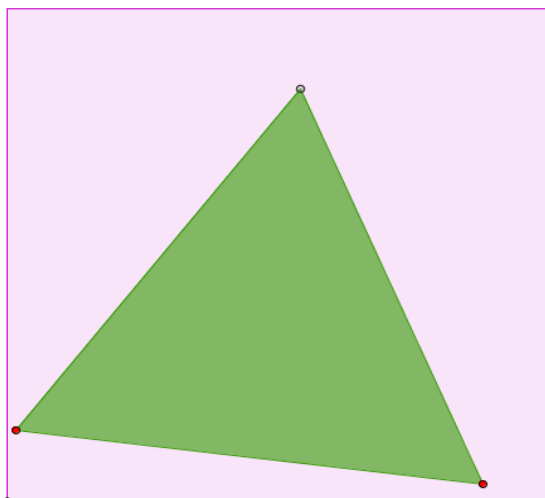


Оценете възможностите за прилагане и развитие на всяка от компетентностите (0 - 10).

1	2	3	4	5	6	7	8

11. От парче плат трябва да се изреже равностранен триъгълник за флаг. Намерете възможната най-голяма повърхнина на флага, ако парчето плат е:

- а) квадрат с дължина на страната 68 cm;
- б) триъгълник със страни 70 cm, 45 cm и 50 cm;



Оценете възможностите за прилагане и развитие на всяка от компетентностите (0 - 10).

1	2	3	4	5	6	7	8

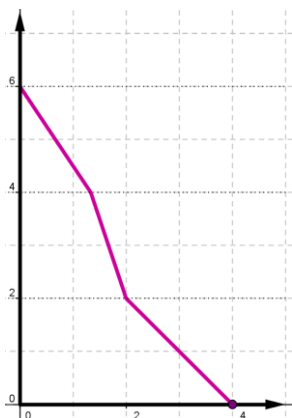
12. Задайте колкото можете повече въпроси по снимката.



Оценете възможностите за прилагане и развитие на всяка от компетентностите (0 - 10).

1	2	3	4	5	6	7	8

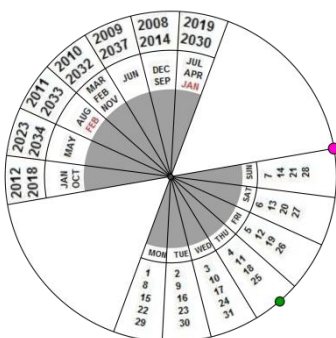
13. Разкажете история по графиката.



Оценете възможностите за прилагане и развитие на всяка от компетентностите (0 - 10).

1	2	3	4	5	6	7	8

14. Проверете с динамичния календар какъв ден от седмицата ще е рождения Ви ден през 2025 г.



Оценете възможностите за прилагане и развитие на всяка от компетентностите (0 - 10).

1	2	3	4	5	6	7	8

15. Математика за дизайнери: Да си направим снежинки

Решаването на реални задачи, включително и на „задачи от деня“, мотивира учениците. Свързването на образованието с професионалната сфера прави изучаването на математиката по-смислено за тях и ги насочва за кариера в съответните области. Ресурси с разработки в тази посока може да намерите на българския сайт на проект MaSciL:



<http://www.math.bas.bg/omi/mascil/resources.html>

1. Нарисувай две снежинки.

2. Изброй няколко средства (начина) за представяне на снежинка.

3. Направи хипотеза има ли нещо общо между снежинките.

4. Потърси в интернет резултати от изследвания на снежинките. Запиши свойства, които са важни за геометричното представяне на снежинката.

5. Направи модели на снежинка.

Помощ:

- чрез рязане на хартия (прецени как да сгънеш квадрата (кръга))
- с пръчици (прецени как да свързваш пръчиците)
- с модули: правоъгълни, триъгълни (предложи свой модул)
- с компютър
- с етюд, сценка, танц или други форми на изкуството (самостоятелно или в екип)

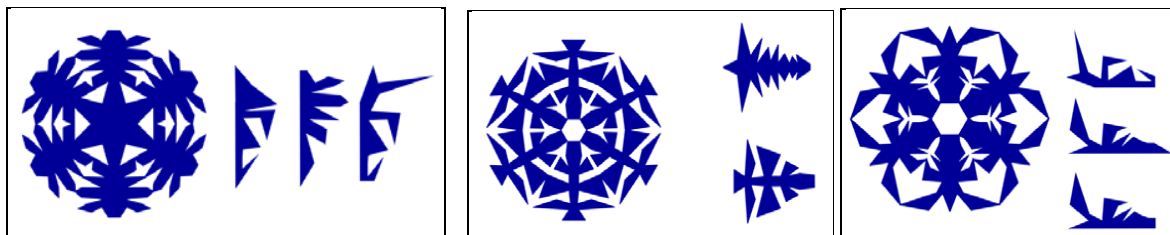
При необходимост може да ползваш модели от *Виртуалния училищен кабинет по математика*:

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d22051.html>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d22054.html>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/index.php?appletid=22>

6. Направи новогодишна картичка или украса с използване на снежинки.
 7. При кое от разрязванията на прегънатата хартия ще се получи снежинката?



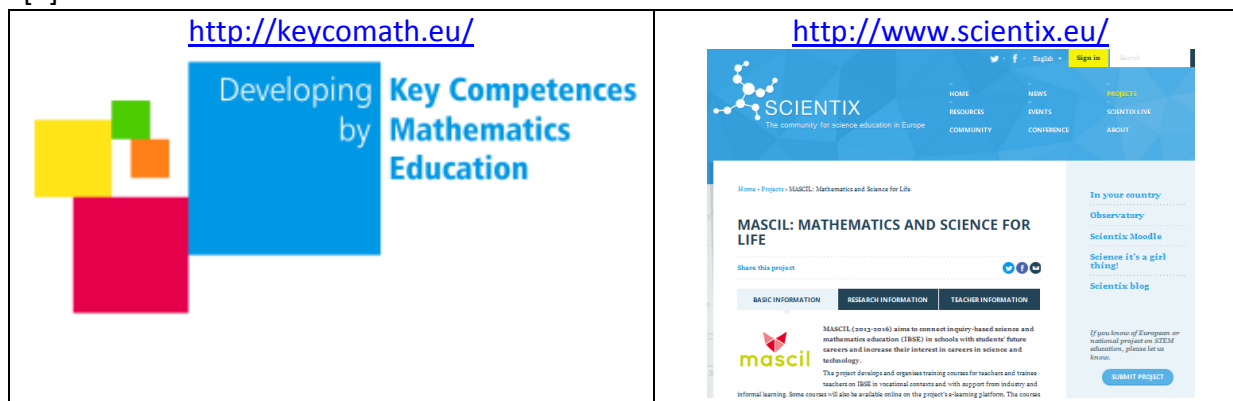
8. Състави задача със снежинка.

9. Потърси отговори на въпросите: Защо е шесткратна симетрията? От какво зависи как ще се „развие“ снежинката? Как звучи снежинката? Как да направим снимка на снежинка?

Оценете възможностите за прилагане и развитие на всяка от компетентностите (0 - 10).

1	2	3	4	5	6	7	8

Основната цел на редица европейски проекти **InnoMathEd**, **Fibonacci**, **DynaMat**, **Math2Earth**, **MaSciL**, **Scientix2**, **KeyCoMath** е да се разработят и внедрят иновативни дидактически концепции и педагогически стратегии, почиващи на използване на технологиите, за съществено подобряване на учебния процес в европейските страни [7].



Новите образователни технологии почиват на информационните технологии, но не се свеждат само до тях. Те трябва да осигурят сериозен мост, за да може процесът на обучение и образование да излезе от училище, защото училището е само една част от дома на образованието.

ЛИТЕРАТУРА

1. <http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/>
2. GeoGebra, <http://www.geogebra.org/cms/>
3. <http://www.mascil-project.eu/>
4. <http://www.scientix.eu/>
5. <http://keycomath.eu/>
6. <http://www.math.bas.bg/omi/Fibonacci/archive.htm>
7. <http://www.ckoko.bg/page.php?c=11&d=22&page=3>
8. <http://www.oecd.org/pisa/test/testquestions/question1/>
9. <http://vivacognita.org/>
10. <http://vivacognita.org/forms/view.php?id=22442>
11. Кендеров, П. Иновации в математическото образование: европейските проекти *InnoMathEd* и *Fibonacci*. 39 Пролетна математическа конференция на СМБ, С., 2010.
12. Baptist, Peter and Dagmar Raab (eds.): *Implementing Inquiry in Mathematics Education*, Bayreuth 2012.
13. Чехларова, Т. Геометрични фигури – изследвания с динамични конструкции. Макрос. 2012. ISBN 978-954-561-279-4
http://www.math.bas.bg/omi/Fibonacci/docs/book-geom_figuri.pdf
14. Баптист, П., К. Милер, Д. Рааб. Към нов подход към математическото образование. http://www.math.bas.bg/omi/Fibonacci/docs/SINUS_Bg-ver4.pdf
15. Chehlarova, T., E. Sendova. *Enhancing the inquiry-based learning via reformulating classical problems and dynamic software*. Киев: НПУ "М.П.Драгоманов", бр.8, серия 3, 2011.
16. Чехларова, Т., Е. Сендова. *Практически задачи и упражнения по информационни технологии. Развий въображението си с развивки*. Анубис. 2010.
17. *Изследователски подход в образованието по математика*. ред. П. Кендеров, Е. Сендова, Регалия 6, С., 2013.
18. Чехларова, Т. Педагогически средства за математическото образование. В: Педагогически форум. Тракийски университет, ДИПКУ, Стара Загора, бр.1. 2013. с. 104-112 ISSN 1314-7986
19. Кендеров, П., Е. Сендова, Т. Чехларова. Европейският проект MASCIL – математика и природни науки за цял живот! 42. Пролетна математическа конференция на СМБ, С., 2013.
20. Кендеров, П., Е. Сендова, Т. Чехларова. Развиване на ключови компетентности чрез образованието по математика: Европейският проект *KeyCoMath* 43. ПК на СМБ, С., 2014. с.99-105 ISSN 1313-3330
21. Chehlarova, T., G. Gachev, P. Kenderov, E. Sendova. *A Virtual School Mathematics Laboratory*. V-та *Национална конференция по електронно обучение*. Русе, 16-17. 06.2014
22. Sendova, E., T. Chehlarova. *Enriching the mathematics resources of the Scientix2 repository: a Bulgarian approach to the many levels of the inquiry based learning*. 29-31.03.2014, Thessalonica, GREECE, The 6th International Mathematical